

105年公務人員特種考試司法人員、法務部  
調查局調查人員、國家安全局國家安全情報  
人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試試題

代號：60930

全一頁

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：數理組

科目：數論

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、試解同餘方程組：(20分)

$$2x \equiv 1 \pmod{3},$$

$$3x \equiv 3 \pmod{5},$$

$$4x \equiv 4 \pmod{8}。$$

二、試證明：沒有正整數  $x, y$  滿足方程式： $5^x + 2 = 17^y$ 。(20分)

三、試證明：形如  $4m+3$  的質數有無窮多個。(20分)

四、試證明：

(一)如果正整數  $m$  使得  $2^m + 1$  是質數，必有正整數  $n$  使得  $m = 2^n$ 。(10分)

(二)如果正整數  $a^p - 1$  是質數，則  $a = 2$  且  $p$  是質數。(10分)

五、令 Euler 函數  $\varphi(n)$  表示不超過正整數  $n$  且與  $n$  互質的正整數的個數，例如  $\varphi(6) = 2$ ， $\varphi(12) = 4$ 。試證明：

(一)對於任何具有最大公因數  $d = (m, n)$  的正整數  $m$  和  $n$ ，我們有  $\varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n) \frac{d}{\varphi(d)}$ 。

(10分)

(二)如果正整數  $a$  整除正整數  $b$ ，則  $\varphi(a)$  整除  $\varphi(b)$ 。(10分)